Série 10.
Systèmes quantiques.

Exercice 10.1 Oscillateur harmonique.
Pour l'oscillateur harmonique,

$$H = \omega \, \frac{p^2 + q^2}{2} \tag{1}$$

[possédant le spectre $E_n = \hbar\omega(n+1/2)$], calculer l'entropie S en fonction de la température T.

Vérifier que
(1) dans la limite des basses températures, $\lim_{T\to 0} S(T) = 0$.
(2) dans la limite des hautes températures, l'entropie s'approche de sa valeur classique [voir Problème 6.1].

Exercice 10.2
On considère un oscillateur harmonique quantique à température finie pour lequel la probabilité de se trouver dans l'état fondamental est connue : $P_0 = 1/3$. Calculer la probabilité de trouver cet oscillateur dans le premier état excité.

Exercice 10.3 Système à deux niveaux.
On considère un spin $s = 1/2$ dans un champ magnétique extérieur B. Le Hamiltonien du système s'écrit

$$H = -Bs_z = \frac{B}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{2}$$

Calculer l'aimantation $\langle s_z \rangle$ et l'entropie S à température T en fonction du paramètre $x = B/T$. Commenter les résultats dans les limites $x \to 0$ et $x \to \infty$.