

**Série 7.**

Ensemble grand-canonique.

**Exercice 7.1** Compressibilité isotherme.

Calculer la compressibilité isotherme  $\kappa_T$  d'un gaz parfait de deux manières différentes:

(1) à partir de la définition

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_{N,T}, \quad (1)$$

(2) dans l'ensemble grand-canonique à partir de la relation

$$\kappa_T = \frac{V}{N^2} \left( \frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{V,T}. \quad (2)$$

Vérifier que les deux calculs donnent le même résultat.

**Exercice 7.2** Fluctuations d'énergie dans l'ensemble grand-canonique.

Montrer que les fluctuations d'énergie dans l'ensemble grand-canonique sont reliés à celles dans l'ensemble canonique par

$$\left[ \sigma_E^{(\text{gr.can.})} \right]^2 = \left[ \sigma_E^{(\text{can.})} \right]^2 + \sigma_N^2 \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{V,T}^2, \quad (3)$$

avec  $\sigma_N^2$  la variance du nombre des particules dans l'ensemble grand-canonique.

**Exercice 7.3**

Etablir à nouveau la loi barométrique de l'Exercice 6.3 à partir de l'ensemble grand-canonique pour l'air à une altitude donnée. Pour la densité du gaz, la loi barométrique donne

$$\rho(h) = \rho(0) \exp \left[ -\frac{mgh}{T} \right]. \quad (4)$$

Relier la densité  $\rho(0)$  au potentiel chimique  $\mu$  de l'ensemble grand-canonique.