

Série 3.

Transformation de Legendre et potentiels thermodynamiques.

Exercice 3.1 Transformation de Legendre.

La transformée de Legendre d'une fonction $f(x)$ est définie par

$$Lf(p) = x p - f(x), \quad f'(x) = p. \quad (1)$$

Montrer que:

(a) Si $f(x)$ est convexe (concave), $Lf(p)$ est aussi convexe (concave).

(b) La transformation de Legendre est involutive: $LLf = f$.

Exercice 3.2

Calculer les transformées de Legendre des fonctions suivantes.

$$(a) \quad f(x) = ax^b \quad (2)$$

$$(b) \quad f(x) = \ln x \quad (3)$$

Vérifier la propriété $LLf = f$ pour les résultats obtenus.

Exercice 3.3

Pour le gaz parfait monoatomique (N particules) calculer l'énergie libre $f(T, v)$ et l'enthalpie $h(s, P)$ *per particule*. Vérifier si ce sont des fonctions convexes (concaves) de leurs arguments.